Movimento com aceleração constante

Notas complementares para o vídeo: http://www.youtube.com/watch?v=S0ArqB0jUbg

Fernando Deeke Sasse

Uma partícula deloca-se com a aceleração constante de 3 *m/s²*. Em $t = 4$ *s* ela está em $x = 100$ *m.* Em $t = 6$ *s* ela tem a velocidade $v = 15$ *m/s*. Determinar a sua posição em $t = 6$ *s*.

Solução

Temos aqui o problema de valor de contorno:

$$\frac{d^2x}{d\,x^2} = 3, \quad x(4) = 100, \quad \left.\frac{d\,x}{d\,t}\right|_{t=6} = v(6) = 15\,.$$

A equação diferencial pode ser escrita em termos da velocidade $v = \frac{d\,x}{d\,t}$ como $\frac{d\,v}{d\,t} = 3$, de modo que
$v = 3\,t + C_1$. A constante C_1 pode ser determinada através da condição:

$$v(6) = 15 = 3\cdot 6 + C_1,$$

de modo que $C_1 = -3$ e

$$v(t) = 3\,t + -3 = 3(t-3).$$

Devemos agora determinar $x(t)$ resolvendo a problema

$$\frac{d\,x}{d\,t} = 3(t-1), \qquad x(4) = 100.$$

Ou seja,

$$x(t) = 3\left(\frac{t^2}{2} - t\right) + C_2 = 3\,t\left(\frac{t}{2} - 1\right) + C_2\,,$$

sendo C_2 determinado por

$$x(4) = 100 = 3\cdot 4\left(\frac{4}{2} - 1\right) + C_2\,.$$

ou

$$C_2 = 100 - 12 = 88.$$

Portanto,

$$x(t) = 3\,t\left(\frac{t}{2} - 1\right) + 88$$

e

$$x(6) = 3\cdot 6\left(\frac{6}{2} - 1\right) + 88 = 18\cdot 2 + 88 = 124\;m\,.$$